



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)	
<b>Resumen de la Unidad:</b>	En esta unidad, el estudiante representará el crecimiento exponencial con funciones y ecuaciones exponenciales y resolverá problemas matemáticos y de la vida diaria usando funciones logarítmicas. Reconocerá las características principales de estas funciones y la relación inversa entre las funciones logarítmicas y exponenciales, y las aplicará como corresponde.
Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)	
<p><b>PE1</b> ¿Cómo pueden usarse las funciones exponenciales y logarítmicas para resolver ecuaciones?  <b>CD1</b> Una función exponencial puede servir de modelo para el crecimiento o decrecimiento de una cantidad inicial.</p> <p><b>PE2</b> ¿Cómo se relacionan las inversas de las funciones?  <b>CD2</b> Las funciones y sus inversas exhiben simetría.</p> <p><b>PE3</b> ¿Cuáles son algunas aplicaciones del término e? ¿Cómo puedes saber si los valores en una gráfica o tabla representan una función exponencial?  <b>CD3</b> El término e es usado en casos de crecimiento continuo. El exponente de cualquier función exponencial es la variable independiente.</p> <p><b>PE4</b> ¿Por qué son útiles en las matemáticas los logaritmos y sus aplicaciones?  <b>CD4</b> Los logaritmos facilitan los cálculos que implican exponentes y números de muchos dígitos.</p> <p><b>PE5</b> ¿Cómo se relacionan las funciones exponenciales y logarítmicas?  <b>CD5</b> Los patrones recurrentes pueden modelarse con una función con de crecimiento o decrecimiento exponencial.</p>	
Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)	
<p><b>T1.</b> El estudiante saldrá de la clase con la capacidad de usar su comprensión de las funciones exponenciales y logarítmicas para interpretar y predecir gráficas y tablas de funciones exponenciales, así como resolver situaciones de la vida diaria que no se limiten a funciones lineales y cuadráticas.</p> <p><i>El estudiante adquiere destrezas para...</i></p> <p><b>A1.</b> Realizar operaciones básicas con logaritmos naturales y comunes. Aplicar las propiedades de los logaritmos.</p> <p><b>A2.</b> Distinguir entre situaciones que pueden ser modeladas con funciones lineales y con funciones exponenciales.</p> <p><b>A3.</b> Calcular e interpretar la razón de cambio promedio de una función (presentada simbólicamente o en una tabla) en un intervalo específico.</p> <p><b>A4.</b> En modelos exponenciales, expresar como logaritmo la solución de <math>ab^{ct}=d</math>, donde a, c y d son números reales, y la base b es 2, 10 o e. Evaluar el logaritmo al usar la tecnología</p> <p><b>A5.</b> Comparar y contrastar las características de las diferentes familias de las funciones.</p>	



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)

**Estándar de Numeración y Operación**

**ES.N.7.1** Realiza operaciones básicas con logaritmos naturales y comunes.

**ES.N.7.2** Aplica las propiedades de los logaritmos [  $\log(xy) = \log x + \log y$ ;  $\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y$ ,  $\log(x^a) = a \log x$  ].

**Estándar de Álgebra**



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

<b>(+)ES.A.20.1</b>	Resuelve ecuaciones exponenciales.
<b>(+)ES.A.20.2</b>	Resuelve ecuaciones logarítmicas y presta atención a las raíces extrañas e interpreta la solución en el contexto de la situación.
<b>Estándar de Funciones</b>	
<b>ES.F.22.1</b>	<p>Escribe una función definida por una expresión en formas diferentes, pero equivalentes para explicar diferentes propiedades de la función.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa el proceso de factorización y/o completar el cuadrado en una función cuadrática para determinar los ceros, el vértice, los valores en los extremos y la simetría de la gráfica, y los interpretan según un contexto.</li> <li>• Usa las propiedades de los exponentes para interpretar expresiones de funciones exponenciales (ejemplo: Identificar la tasa porcentual de cambio en funciones tales como <math>y = (1.02)^t</math>, <math>y = (0.97)^t</math>, <math>y = (1.01)^{12t}</math>, <math>y = (1.2)^{t/10}</math>, y clasificarlas como representa aumento o disminución exponencial).</li> </ul>
<b>ES.F.22.3</b>	Distingue entre situaciones que pueden ser modeladas con funciones lineales y con funciones exponenciales. Demuestra que las funciones lineales aumentan por diferencias iguales en intervalos iguales y que las funciones exponenciales aumentan por factores iguales en intervalos iguales.
<b>ES.F.23.2</b>	Calcula e interpreta la razón de cambio promedio de una función (presentada simbólicamente o en una tabla) en un intervalo específico. Estima la tasa de cambio a partir de una gráfica.
<b>ES.F.24.1</b>	Compara y contrasta las características de las diferentes familias de las funciones: polinómicas, racionales, radicales, potencia, logarítmicas, trigonométricas y funciones definidas por partes, representadas de múltiples formas.
<b>ES.F.24.3</b>	<p>Grafica funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica, en forma manual en casos sencillos y con tecnología en casos más complejos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica funciones lineales y cuadráticas, indica los puntos de intersección, el valor máximo y el valor mínimo.</li> <li>• Grafica funciones de raíz cuadrada, raíz cúbica y funciones por partes; incluye funciones discontinuas y funciones de valor absoluto.</li> <li>• Grafica funciones polinómicas e identifica los ceros cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>• Grafica funciones racionales e identifica los ceros y las asíntotas cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>• (+) Grafica funciones exponenciales y logarítmicas, y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.</li> </ul>
<b>ES.F.27.2</b>	Observa, mediante gráficas y tablas, que una cantidad que aumenta exponencialmente excede a una cantidad que aumenta linealmente, cuadráticamente, o como función polinómica.
<b>ES.F.27.3</b>	En modelos exponenciales, expresa como logaritmo la solución de $ab^{ct}=d$ , en el que a, c y d son números reales, y la base b es 2, 10 o e. Evalúa el logaritmo al usar la tecnología.

**Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)**



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

<b>PM1</b>	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
<b>PM2</b>	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
<b>PM3</b>	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
<b>PM4</b>	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
<b>PM5</b>	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
<b>PM6</b>	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
<b>PM7</b>	Discierne y usa patrones o estructuras.
<b>PM8</b>	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.



## Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
<p><b>PRCS:</b> ES.F.22.1 ES.F.22.3 ES.F.23.2 ES.F.27.2 (+)ES.A.20.1 ES.F.24.3</p> <p><b>PM:</b> PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p><b>PE/CD:</b> PE1/CD1 PE3/CD3</p> <p><b>T/A:</b> T1/A2/A3/A5</p>	<p><b>Funciones Exponenciales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Las características principales de una función exponencial (dominio, rango, intersección de ejes, incremento y disminución, y asíntota).</li> <li>El concepto de comportamiento asíntótico.</li> <li>Los efectos de cambios en los parámetros de una función exponencial en el comportamiento de la gráfica.</li> <li>Que el exponente de cualquier función exponencial es la variable independiente.</li> <li>Una función exponencial puede servir de modelo para el crecimiento o decrecimiento de una</li> </ul>	<p><b>Representación</b> <b>Cambio</b> <b>Modelos</b> <b>Matemáticos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconocer las funciones exponenciales a partir de sus descripciones verbales, sus tablas, sus gráficas o sus representaciones simbólicas.</li> <li>Describir los efectos de los cambios en el coeficiente, la base y el exponente en el comportamiento de una función exponencial y el comportamiento de su gráfica.</li> <li>Reconocer las características principales de</li> </ul>	<p><i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</i></p> <p><b>Informe de negocios de Phones R-US</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones exponenciales al desarrollar y analizar un informe de negocios. (ver abajo)</li> </ul> <p>(Fuente: <a href="http://www.curriculumframer.com">www.curriculumframer.com</a>)</p> <p><b>Funciones exponenciales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones exponenciales. (ver abajo)</li> </ul> <p><b>Identificar Funciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes podrán demostrar su</li> </ul>	<p><b>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>(ver abajo)</li> <li>Kathy está planeando comprar un carro que deprecie (pierda valor) a una tasa de 14 % al año. El costo inicial del carro es de \$21,000. ¿Qué ecuación representa el valor, <math>v</math>, del carro después de tres años?</li> </ul> <p>a) <math>v = 21,000(0.14)^3</math></p> <p>b) <math>v = 21,000(0.86)^3</math></p> <p>c) <math>v = 21,000(1.14)^3</math></p> <p>d) <math>v = 21,000(0.86)(3)</math></p> <p>(Fuente: <a href="http://www.nsa.gov/academia/files/collected_learning/high_school/algebra/exponential_growth_decay.pdf">http://www.nsa.gov/academia/files/collected_learning/high_school/algebra/exponential_growth_decay.pdf</a>)</p> <p><b>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</b></p> <p>Un banco anuncia que los clientes nuevos pueden abrir una cuenta de ahorros con una tasa de interés de 10% agregada anualmente. Roberto invierte \$5,000 en una cuenta con esta casa. Si no hace depósitos o retiros adicionales a su cuenta, halla la cantidad de dinero que tendrá, al centavo más próximo, al cabo de tres</p>	<p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p><b>Dobleces, pedazos y potencias de dos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Aunque han trabajado con bases y exponentes en cursos de matemáticas anteriores, esta lección les da una visión práctica sobre el significado de los exponentes positivos y negativos. El maestro necesitará dos hojas de papel en blanco por estudiante. Estos doblarán la primera hoja por la mitad. En la hoja de actividades, se les pide que predigan cuántos dobleces son posibles (ver anejo: "AL.5 Actividad de aprendizaje - Dobleces, pedazos y potencias de dos"). Anotarán también el número de capas que se forman con cada doblez e introducirán ese valor en la gráfica. (Las capas representan exponentes positivos.) A continuación, los estudiantes tomarán la segunda hoja de papel y la recortarán en dos mitades por cada doblez. Anotarán también el número de pedazos y lo que este representa. (Los recortes están representados por exponentes negativos)</li> </ul> <p>(Fuente: <a href="http://www.nsa.gov/academia/files/collected_learning/high_school/algebra/exponential_growth_decay.pdf">http://www.nsa.gov/academia/files/collected_learning/high_school/algebra/exponential_growth_decay.pdf</a>)</p>



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
	cantidad inicial.	<p>una función exponencial (dominio, recorrido, intersecciones en los ejes, crecimiento y decrecimiento y asíntotas).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Graficar funciones exponenciales y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.</li> <li>• Utiliza funciones exponenciales para resolver problemas que involucran crecimiento y decaimiento exponencial en contextos matemáticos y de la vida diaria.</li> <li>• Calcular e</li> </ul>	<p>entendimiento de la familia de funciones a través de esta tarea de desempeño. (Fuente: <a href="http://map.mathshell.org/materials/download.php?fileid=780">http://map.mathshell.org/materials/download.php?fileid=780</a>)</p> <p><b>¿Quién está fechando el Carbono-14?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diga a la clase: Los científicos usan Carbono-14 para poner fecha a la edad de cosas vivientes después que han muerto. Esto se debe a que el Carbono-14 tiene una vida-media tan larga. La vida-media del Carbono-14 (ej., la cantidad de tiempo que le toma por la mitad de cualquier cantidad de Carbono-14 para decaer) es aproximadamente 5730 años.</li> </ul>	<p>años.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escoge un problema matemático de los ejercicios de hoy y explica el significado de las soluciones extrañas en el contexto del problema. (En otras palabras, ¿qué significa(n) la(s) solución(es) extraña(s) en esta situación específica?)</li> <li>• Escribe una función que modele la población de Dinktown, un pueblo que en el 2010 se estimaba que tenía 35,000 personas que aumentan al 2.4% cada año. Describe una forma razonable de usar su función para predecir la futura población en Dinktown.</li> </ul> <p><b>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</b> Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica una idea que recuerdes de la clase anterior.</li> <li>• Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy.</li> <li>• Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy.</li> </ul> <p><b>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En la clase de hoy aprendí _____.</li> <li>• Hoy estuve confundido con _____.</li> </ul>	<p><b>Comparando Modelos de Crecimiento</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En esta actividad los estudiantes practican su intuición sobre las funciones exponenciales. (ver abajo)</li> </ul> <p><b>Modelo de decrecimiento exponencial</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Una vez hayan aprendido sobre el decrecimiento exponencial, pídeles a los estudiantes que creen una tabla, dibujen la gráfica y ecuación para hacer el modelo de un ejemplo real de la vida diaria. (ver abajo)</li> </ul> <p><b>Organizador grafico plegable de propiedades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes doblan y crean una hoja de papel por la mitad de forma vertical (como un perro caliente). Doblan sin plegar este medio papel en rectángulos iguales. En la mitad superior del papel, recortan por los dobleces. Escriben el nombre de una propiedad en cada rectángulo. Al voltear el nombre de la propiedad, escriben en un lado la propiedad junto con una representación gráfica y en el otro lado dan un ejemplo de cómo se usa la propiedad. Los estudiantes pueden hacer uno con las propiedades usando números racionales, números reales y radicales y exponentes.</li> </ul>



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
		<p>interpretar la razón de cambio promedio de una función exponencial en un intervalo específico.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimar la tasa de cambio a partir de una gráfica.</li> <li>• Analizar una situación modelada por una función exponencial, formula una ecuación o inecuación y resuelve el problema.</li> </ul>			<p><i>Ejemplo 1 para planes de la lección: Conectando Funciones Lineales Exponenciales</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica a la clase que han estado viendo funciones lineales hasta este punto. Hoy empezaremos a ver las gráficas que no se grafican en una línea recta. (ver abajo)</li> </ul>
<b>Vocabulario de Contenido</b>					



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
<ul style="list-style-type: none"><li>• decrecimiento exponencial</li><li>• crecimiento exponencial</li><li>• función exponencial</li></ul>					





**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de Objetivos de Aprendizaje	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
<p><b>PRCS:</b> ES.N.7.1 ES.N.7.2 ES.F.24.1 ES.F.27.3 (+)ES.A.20.2 ES.F.24.3</p> <p><b>PM:</b> PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p><b>PE/CD:</b> PE1/CD1 PE2/CD2 PE4/CD4 PE5/CD5</p> <p><b>T/A:</b> T1/A1/A3/A4/A5</p>	<p><b>Función Logarítmica</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Las principales características de una función logarítmica (dominio, rango, intersección de ejes, incremento y disminución, y asíntota).</li> <li>Al Logaritmo como solución de una ecuación exponencial.</li> <li>La relación inversa entre función exponencial y función logarítmica.</li> </ul>	<p><i>Significado de las operaciones Patrones, relaciones y funciones Representación Modelos matemáticos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Definirá logaritmo como la solución a una ecuación exponencial.</li> <li>Reconocerá la relación inversa entre funciones definidas por logaritmos y expresiones exponenciales, mostrando esta relación a través de una gráfica.</li> <li>Reconocerá las características principales de una función logarítmica</li> </ul>	<p><b>Algebra CSI</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones logarítmicas al determinar la hora de muerte de la víctima de un crimen. (ver abajo) (Fuente: <a href="http://www.curriculumframer.com">www.curriculumframer.com</a>)</li> </ul> <p><b>¿Cuánto tiempo se toma?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones exponenciales y la inversa para hacer un modelo de un fenómeno médico natural. (ver abajo) (Fuente: <a href="http://www.apskids.org/Documents/CCGPS_Math_III_Unit_3_TEACHER_editi on_Sept_2010v2.pdf">http://www.apskids.org/Documents/CCGPS_Math_III_Unit_3_TEACHER_editi on_Sept_2010v2.pdf</a>)</li> </ul>	<p><b>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Escriba <math>\log_{81} 27 = \frac{3}{4}</math> en forma exponencial</li> </ul> <p><b>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Completa la frase: Un logaritmo es.....</li> <li>Busca un ejemplo de la vida diaria de una relación que se puede modelar con una función logarítmica</li> </ul> <p><b>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</b> Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explica una idea que recuerdes de la clase anterior.</li> <li>Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy.</li> <li>Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy.</li> </ul> <p><b>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>En la clase de hoy aprendí _____.</li> <li>Hoy estuve confundido con _____.</li> </ul>	<p><b>Información de la Imagen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>En esta actividad se estudian las características de las gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas. (ver abajo)</li> </ul> <p><b>Organizador grafico plegable</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes crean una hoja de resumen en donde comparan las características principales de las gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas. Pídale que doblen un papel por la mitad. Recortarán el doblez frontal en dos mitades, deberán escribir "gráfica de función exponencial" en una mitad y "gráfica de función logarítmica" en la otra. Debajo de cada mitad, ilustrarán un ejemplo de la función y enumerarán sus características principales.</li> </ul> <p><b>Ejemplo 2 para planes de la lección: Leyes logarítmicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Esta lección les permite a los estudiantes utilizar su experiencia previa resolviendo ecuaciones para probar cada una de las tres leyes de logaritmos. Entrégueles la hoja y permítales trabajar en grupos. A esto debe seguirle una discusión de grupo para que todos los estudiantes puedan compartir lo que</li> </ul>



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de Objetivos de Aprendizaje	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
		(dominio, recorrido, intersecciones en los ejes, crecimiento y decrecimiento y asíntotas). <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representará las funciones logarítmicas por medio de tablas, gráficas, expresiones verbales y ecuaciones.</li> <li>• Aplicará la relación inversa entre funciones exponenciales y logarítmicas para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</li> <li>• En modelos exponenciales, expresará como logaritmo la</li> </ul>	<b>La Pregunta de los \$64,000</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Asigne la siguiente tarea a la clase: En 1950's, existía un juego muy popular llamado "La Pregunta de los \$64,000", en donde los concursantes contestaban preguntas por la oportunidad de ganar dinero como premio. Desde entonces, han salido muchos más juegos de TV basados en la misma premisa.</li> </ul>		han aprendido. El maestro debe entonces enseñarles el enunciado formal de cada ley. Se incluye una hoja para el maestro, pero la información no debe compartirse con los estudiantes, especialmente antes de la investigación (ver anejo: "AL.5 Ejemplo para plan de lección - Leyes logarítmicas para el maestro"). (Fuente: <a href="http://www.apskids.org/Documents/CCGPS_Math_III_Unit_3_TEACHER_edition_Sept_2010v2.pdf">http://www.apskids.org/Documents/CCGPS_Math_III_Unit_3_TEACHER_edition_Sept_2010v2.pdf</a> )  <b>Ejemplo 3 para planes de la lección: Funciones Inversas</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Provea ejemplos de inversas que no sean matemática pura para introducir la idea. Por ejemplo, dada una función que nombra la capital de un estado, <math>f(\text{Ohio}) = \text{Columbus}</math>. La inversa sería poner la capital de la ciudad y que el estado sea la salida, tal como <math>f^{-1}(\text{Denver}) = \text{Colorado}</math> (ver abajo).</li> </ul> <b>Ejemplo 4 para planes de la lección: Logaritmos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diga a los estudiantes que "logaritmo" es una palabra inventada por el matemático Escocés John Napier (1550-1617), de la palabra Griega <i>logos</i> cuyo significado es 'proporción, ratio, o palabra' y <i>arithmos</i> que significa 'número,' ... y</li> </ul>



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de Objetivos de Aprendizaje	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
		solución de $ab^{ct}=d$ , en el que a, c y d son números reales, y la base b es 2, 10 o e. Evalúa el logaritmo al usar la tecnología. • Aplicará las leyes de los logaritmos. $[\log xy = \log x + \log y;$ $\log \left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y;$ $\log(x^a) = a \log(x)]$ para resolver ecuaciones logarítmicas, prestando atención a las raíces extrañas e interpreta la solución en el contexto de la situación.			juntas hacen ‘ratio-número.’” (ver abajo)  <i>Ejemplo 5 para planes de la lección: Haciendo y deshaciendo</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>En parejas, los estudiantes "aplicarán" lo que han aprendido en un contexto conceptual. Puesto que las funciones exponenciales y logarítmicas funcionan como inversas, se pueden usar las propiedades de una para "deshacer" o resolver la otra. Puede darse una buena discusión a la hora de decidir cuáles razones matemáticas utilizar. Anima a los estudiantes a que utilicen sus propias palabras, siempre manteniendo la integridad de los conceptos. (ver anejo: “AL.5 Ejemplo para plan de lección - Haciendo y deshaciendo”).            (Fuente: <a href="http://www.curriculumframer.com">www.curriculumframer.com</a>)         </li> </ul>



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de Objetivos de Aprendizaje	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección
<b>Vocabulario de Contenido</b>					
<ul style="list-style-type: none"><li>• Relación inversa</li><li>• Logaritmo</li><li>• Leyes de los logaritmos</li><li>• <math>e</math></li></ul>					



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

**ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)**

**Conexiones a la literatura sugeridas**

- **Martin Plimmer**
  - *Más allá de la coincidencia*
- **Juan Carlos Arce**
  - *El matemático del rey*
- **Elinor J. Pinczes**
  - *One Hundred Hungry Ants*
- **Teri Perl**
  - *Women and Numbers*
- **McGraw Hill**
  - *Matemáticas Integradas I, II, III*
- **Raymond Barnett**
  - *Pre calculo: Funciones y graficas*
- **Glencoe**
  - *Algebra I*

**Recursos adicionales**

- [http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus\\_guidebook\\_ES.pdf](http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus_guidebook_ES.pdf)
- <http://isa.umh.es/calc/TI/TI83/TI83manual-spa.pdf>

**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

## Tareas de desempeño

*Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Título III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.*

### *Informe de negocios de Phones R-Us*

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones exponenciales al desarrollar y analizar un informe de negocios.
- Tarea:
  - Como director de mercadeo de Phones-R-US, el director ejecutivo te ha pedido que determines si lo que se rumora sobre el "auge de celulares" es realmente cierto. En particular, en una noticia de prensa reciente se sugería que desde el año 2010, uno de cada tres estadounidenses tiene por lo menos un teléfono celular. Si ese es el caso, la compañía planea expandir sus operaciones, esta inversión podría colocarla en una situación financiera difícil durante diez años.
  - Para preparar tu informe, has encontrado información real sobre la tasa de propietarios de celulares, como se representa en la tabla a continuación. Prepara tu informe usando esta información y haz recomendaciones en cuanto a la posible expansión. Tu informe debe incluir una discusión de cuán realistas son las predicciones de los modelos.

Año Número aproximado de celulares	Suscriptores
1985	470,000
1986	717,000
1990	3,800,000
1995	32,000,000
1996	48,500,000

- Utiliza la rúbrica para evaluar el trabajo de los estudiantes (ver anejo: "AL.5 Tarea de desempeño - Rúbrica Phones-R-Us").

(Fuente: [www.curriculumframer.com](http://www.curriculumframer.com))

### *¿Cuánto tiempo se toma?*

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones exponenciales y la inversa para hacer un modelo de un fenómeno médico natural. El personal médico, en particular los farmacéuticos que trabajan con la farmacocinética, deberá utilizar funciones exponenciales para ayudarse a determinar y controlar los regímenes de dosificación de las drogas potencialmente tóxicas para pacientes gravemente enfermos. La idea es aumentar el nivel del fármaco en el torrente sanguíneo lo suficiente para que sea eficaz, pero no tanto como para que sea tóxico.
- Instrucciones: Imagina que para un paciente con un régimen de dosificación particular, un fármaco alcance su máximo nivel de 300 miligramos. El fármaco es entonces eliminado del torrente sanguíneo a una tasa de 20 % por hora.
  - a. ¿Cuánto del fármaco queda dos horas después de alcanzar el nivel máximo? ¿Cinco horas después del nivel máximo? Haz una tabla donde muestres cómo obtuviste tus respuestas.
  - b. Tras dos horas, la cantidad del fármaco que queda en el torrente sanguíneo del paciente puede representarse con la expresión  $300(1 - 0.2)(1 - 0.2)$ . Explica por qué.
  - c. Representa cada valor en la tabla anterior usando una expresión similar a la que se encuentra en la parte b.



## Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

- d. Escribe una función que permita obtener el nivel del fármaco en el torrente sanguíneo de la paciente  $t$  horas después del nivel máximo.
  - e. Utiliza la función que escribiste en la parte  $d$  para computar los valores de la tabla en la parte a. ¿Obtuviste los mismos resultados?
  - f. ¿Después de cuántas horas habrá menos de 10 mg del fármaco en el torrente sanguíneo? Explica cómo determinarías la respuesta usando tanto la función de gráfica como la tabla en tu calculadora gráfica.
  - g. Escribe una ecuación que puedas resolver para determinar cuándo la concentración del fármaco alcanzará los 10 mg exactamente. Utiliza tu calculadora gráfica para ayudarte a resolver la ecuación. Explica el método que usaste para resolver el problema.
    - Utiliza la rúbrica para evaluar el trabajo de los estudiantes (ver anejo: “Organizador- Rúbrica de tareas de desempeño”).
- (Fuente: [http://www.apskids.org/Documents/CCGPS\\_Math\\_III\\_Unit\\_3\\_TEACHER\\_edition\\_Sept\\_2010v2.pdf](http://www.apskids.org/Documents/CCGPS_Math_III_Unit_3_TEACHER_edition_Sept_2010v2.pdf))

#### Funciones exponenciales

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones exponenciales al completar las siguientes tareas:
- Halla datos reales que parezcan seguir un modelo exponencial. (Incluye los datos y cita tus fuentes).
- Crea una gráfica de tus datos en una hoja de papel cuadriculado grande (a mano) que pueda verse desde la parte atrás del salón. Describe cómo elegiste tu escala. Rotula los ejes claramente y ponle título a tu gráfica.
- Halla la ecuación del modelo exponencial. (Puede ser que tengas que trazar una línea de mejor ajuste.) Muestra tu trabajo de forma clara y en su totalidad.
- Describe lo que significa la base de tu modelo en términos del “mundo real”.
- Describe lo que significa la intercepción en tu modelo en términos del “mundo real”.
- Describe los límites de tu modelo.
- Si tus datos no están actualizados para el día de hoy, utiliza tu modelo para predecir el valor al día de hoy y compara tu predicción con el valor real.
- Haz tres preguntas bien formuladas que puedan contestarse con tu gráfica. Incluye una pregunta que prediga el futuro y que pueda responderse con tu gráfica. (No tienes que responder a tus preguntas en tu afiche, pero debes poder responderlas si se te pregunta.)
- Utiliza la rúbrica para evaluar el trabajo de los estudiantes (ver anejo: “Organizador - Rúbrica de tarea de desempeño”).

#### Identificar Funciones

- Los estudiantes demostrarán su entendimiento de las familias de funciones a través de esta tarea de desempeño.
1. Prepare conjuntos de 15 cartas con lo siguiente:
    - a. 4 ecuaciones de diferentes familias de funciones; (El Maestro selecciona cuales familias de funciones usar. Esto se puede aumentar si el maestro desea incluir más familias.)
    - b. Gráficas que hagan par con las ecuaciones identificadas con la letra (A-D)
    - c. Tabla de valores para cada gráfica; y
    - d. La regla que haga par con la gráfica.
  2. Entregue a cada estudiante un conjunto de cartas para que complete la tarea y lea las instrucciones de abajo



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

- Instrucciones:
  - Paree las gráficas, ecuaciones, tablas y reglas.
  - Registre la respuesta en la tabla:

Gráfica	Ecuación	Tabla	Regla
A			
B			
C			
D			

- Describa como pareó cada gráfica con su ecuación.
- Evalúe el trabajo de los estudiantes usando la Rúbrica de la Tarea de desempeño (ver anejo: “Organizador – Rubrica de Tarea de desempeño”).

(Fuente: <http://map.mathshell.org/materials/download.php?fileid=780>)

**¿Quién está fechando el Carbono-14?**

- Diga a la clase: Carbon-14 es una forma de carbón común que decae exponencialmente con el tiempo. Los científicos usan Carbono-14 para poner fecha a la edad de cosas vivientes después que han muerto. Esto se debe a que el Carbono-14 tiene una vida-media tan larga. La vida-media del Carbono-14 (ej., la cantidad de tiempo que le toma por la mitad de cualquier cantidad de Carbono-14 para decaer) es aproximadamente 5730 años..
- Supongamos que tenemos un fósil de un vegetal y que la planta en el momento de su muerte contenía 10 microgramos de carbono-14 (un microgramo es igual a una millonésima parte de un gramo).

- A) Utilizando esta información, crea una tabla para calcular la cantidad de carbono-14 que se mantiene en la planta fosilizada después de 5730 años  $\times n$  para  $n = 0, 1, 2, 3, 4$ .
- B) ¿Qué se puede concluir de la parte A de cuando hay un microgramo de carbono-14 que queda en el fósil?
- C) ¿Cuánto carbono permanece en la planta fosilizada después de 2865 = año? Explica cómo lo sabes.

**Rúbrica:**

- Avanzado: 95-100% de las respuestas están correctas.
- Competente: 80-94% de las respuestas están correctas.
- Básico: Menos del 80% de las respuestas están correctas.

**Algebra CSI**

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de las funciones logarítmicas al determinar la hora de muerte de la víctima de un crimen.
- Tarea: ¿Cómo la detective M. Díaz obtuvo la hora de muerte de la víctima?
- La detective M. Díaz es llamada a la escena de un crimen donde se acaba de encontrar un cadáver. Llega a la escena a las 10:23 de la noche y comienza su investigación. Inmediatamente le toma la temperatura corporal al cadáver y determina que es de 80° Fahrenheit. M. Díaz verifica el termostato programable y determina que el cuarto ha estado a una temperatura constante de 68° F durante





## Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

los últimos tres días. Una vez se recopilan las pruebas de la escena del crimen, exactamente una hora después de tomar la temperatura por primera vez, se le vuelve a tomar la temperatura corporal al cadáver y se determina que es de 78.5° F. Al siguiente día un investigador le pregunta a la detective: "¿A qué hora falleció nuestra víctima?" Asumiendo que la temperatura corporal de esta era normal (98.6° F) antes de morir, ¿cómo responde M. Díaz a la pregunta?

- Utiliza la rúbrica para evaluar el trabajo de los estudiantes (ver anejo: "Organizador - Rúbrica de tareas de desempeño").

(Fuente: [www.curriculumframer.com](http://www.curriculumframer.com))

#### *La Pregunta de los \$64,000*

- Asigne la siguiente tarea a la clase: En los 1950's, existía un juego muy popular llamado "La Pregunta de los \$64,000," en donde los concursantes responden preguntas de trivia por la oportunidad de ganar dinero como premio. Desde entonces, muchos más programas de TV de preguntas han aparecido basados en la misma premisa.
- Tu tarea es crear un juego para la clase que cubra el material que se ha aprendido sobre las funciones inversas y logaritmos. Puede modelar su juego con base en juego que ya exista tal como "La Pregunta de los \$64,000", "Búsqueda Trivial", o "¿Quién quiere ser Millonario?" o puede crear el suyo propio. El juego debe cumplir con el siguiente criterio:
- Para ganar el juego los participantes deben haber mostrado conocimiento de funciones inversas y logaritmos.
- El juego debe ser un juego justo ya que todos deben tener las mismas oportunidades de ganar.
- Las reglas deben estar claramente escritas con todas las contingencias cubiertas (ej., ¿Qué pasa si hay un empate? ¿Quién juega primero? etc.).

#### Rúbrica:

- Avanzado: El estudiante crea un juego que usa las características correctas, descripciones, y propiedades de un amplio rango de funciones y contiene una amplia variedad de preguntas. Se cumplen todos los criterios. Todas las respuestas de las preguntas están correctas. El diseño del juego resulta en un ganador.
- Competente: El estudiante crea un juego que usa las características, descripciones, y propiedades de un rango limitado de funciones y consta de una variedad limitada de preguntas. Se cumple con la mayoría de los criterios. No todas las respuestas a las preguntas del juego están correctas. El diseño del juego resulta en un ganador.
- Básico: El estudiante crea un juego que usa múltiples características incorrectas, descripciones, y propiedades de un rango limitado de funciones, y consta de pocas preguntas. Se cumple muy poco con el criterio. No todas las respuestas a las preguntas están correctas. El diseño del juego no tiene como resultado un ganador.



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

**Otra Evidencia**

*Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta*

1. Seleccione la función que tiene un factor descendente de .75?
  - a.  $y = .75(.3)^x$
  - b.  $y = .75(300)^x$
  - c.  $y = .75x$
  - d.  $y = 300(.75)^x$
  - e.  $y = 300x^{0.75}$

(Fuente: [http://www.curriki.org/xwiki/bin/view/Coll\\_kbellflower/TicketOuttheDoor\\_0](http://www.curriki.org/xwiki/bin/view/Coll_kbellflower/TicketOuttheDoor_0))

2. Use los datos de abajo para responder las preguntas.

X (variable independiente)	Y (variable dependiente)
0	40
1	42
2	44.1
3	48.1
4	50
5	53

- a. ¿Se puede describir los datos con una función exponencial?
3. Use una gráfica, una ecuación o un argumento lógico para justificar su respuesta previa.
  4. Permita  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = 3x$ , y  $h(x) = x^2 + 1$ . Complete lo siguiente:
    - a.  $f(g(-3))$
    - b.  $g(f(0))$
    - c.  $g(f(h(-6)))$
  5. La población estudiantil actual del Centro Estudiantil de la UPR es de 2,000. La matrícula del centro aumenta a una tasa de 4 % cada año. Calculado al *entero más próximo*, ¿a qué número se aproximará la población estudiantil en tres años?
    - a) 2,240
    - b) 2,250
    - c) 5,488
    - d) 6,240
  6. Patee cada función con su característica.



**Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

$$f(x) = 2x^2 - 5$$

$$g(x) = -x^3 + 4$$

$$h(x) = \sqrt{x - 5}$$

$$k(x) = 2x - 4$$

A. El Dominio es  $[5, +\infty)$

B. El Rango es  $[-5, +\infty)$

C. El Máximo es 4.

D. Desciende en  $(-\infty, +\infty)$

(Fuente: [http://www.curriki.org/xwiki/bin/view/Coll\\_kbellflower/Bellringer](http://www.curriki.org/xwiki/bin/view/Coll_kbellflower/Bellringer))



## Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

## Actividades de aprendizaje sugeridas

### Modelo de decrecimiento exponencial

- Una vez hayan aprendido sobre el decrecimiento exponencial, pídeles a los estudiantes que creen una tabla, dibujen la gráfica y la ecuación para hacer el modelo de un ejemplo real, como: Los científicos usan la datación con carbono para determinar las edades de las sustancias con base de carbono. El isótopo carbono-14 (C14) se usa ampliamente en la datación radio carbónica. Esta forma de carbono se forma cuando las plantas absorben dióxido de carbono atmosférico en su material orgánico durante la fotosíntesis. Cuando las plantas mueren, dejan de formar el C14 y el C14 presente en el material se reduce de forma exponencial. La vida media del isótopo C14, la cantidad de tiempo que se toma para que la mitad del C14 se descomponga, es de aproximadamente  $5730 \pm 40$  años. Esto se conoce como la vida media Cambridge.
  - Halla una ecuación que sirva de modelo para la parte del C14 inicial que permanece en una sustancia basada en carbono  $t$  años después de la muerte del espécimen. Utiliza 5730 como la vida media del carbono-14.
  - ¿Cuánto del C14 original permanece en un fósil que tenga 4,000 años?
  - Una planta contiene 64.74 % de su carbono-14 original. ¿Hace aproximadamente cuánto tiempo expiró?

(Fuente: [http://www.apskids.org/Documents/CCGPS\\_Math\\_III\\_Unit\\_3\\_TEACHER\\_edition\\_Sept\\_2010v2.pdf](http://www.apskids.org/Documents/CCGPS_Math_III_Unit_3_TEACHER_edition_Sept_2010v2.pdf))

### Información de la imagen

- En esta actividad se estudian las características de las gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas. Pídeles a los estudiantes que hagan la gráfica de  $y=2^x$  en sus calculadoras gráficas. (Si no tienen acceso a estas, entonces el maestro puede crear las gráficas en la computadora o un proyector.) Pídeles que enumeren las características de la gráfica. ¿Cuál es el dominio? ¿Cuál es el recorrido? Ahora recuérdales lo que es una inversa. Puesto que la inversa es la reflexión de la gráfica cerca de la línea  $y=x$ , los estudiantes deben poder ver el patrón de la inversa cuando vean la gráfica de  $y=\log x$ . Puedes pedirles que tracen la gráfica de  $y=2^x$  o  $y=10^x$  (puesto que  $y=\log x$  solo puede estar para la base 10) en un pedazo de papel encerado. Sostén el papel frente a los estudiantes y pídeles que traigan la esquina superior izquierda suavemente en forma diagonal hacia la esquina inferior derecha. Pídeles que suelten la esquina inferior izquierda, mientras sostienen el papel frente a ellos. Lo que deben ver ahora es la "inversa" de la gráfica exponencial, es decir, la gráfica logarítmica. Pídeles que tracen la gráfica de  $y=\log x$  en sus calculadoras y hagan una lista de las características de la función. Nota: el dominio y recorrido deben ser opuestos en el caso de  $y=10^x$ , puesto que son la inversa una de la otra. Pídeles que tracen la gráfica de  $y=3^x$ ,  $y=4^x$ . ¿Qué tienen en común estas gráficas? ¿Pueden proyectar lo que otras gráficas logarítmicas tendrían en común?

(Fuente: [www.curriculumframer.com](http://www.curriculumframer.com))

### Comparando Modelos de Crecimiento

- Pida a los estudiantes que hagan una conjetura de cual escenario preferirían en este problema. Lista en la pizarra el número de votos para cada opción:
  - Mr. Wiggins le da a su hija Celia dos opciones de pago por recoger las hojas:
  - Método 1: Celia recibiría de pago dos dólares por cada bolsa de hojas.
  - Método 2: Celia recibirá un pago por el número de bolsas de hojas recogidas como sigue: dos centavos por una bolsa, cuatro centavos por dos bolsas, ocho centavos por tres bolsas, y continua doblando la cantidad por cada bolsa adicional.
- Permita a los estudiantes trabajar con un compañero y resolver el problema haciendo tablas y gráficas. Agregue la siguiente pregunta a la tarea:



## Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

- Si Celia recoge 5 bolsas de hojas, ¿Ella debería optar por el método de pago 1 o 2?
- ¿Qué pasa si recoge 10 bolsas de hojas?
- ¿Cuántas bolsas de hojas debe recoger Celia para que el método 2 le pague más que el método 1?
- Respuestas de ejemplo a estas preguntas pueden hallarse en la página 121 del siguiente documento: <http://katm.org/wp/wp-content/uploads/2012/09/High-School-CCSS-Flip-Book-USD-259-2012.pdf>
- Haga preguntas que involucren interpretación de los parámetros de este problema.

#### *Conectar Funciones Exponenciales y Lineales*

- Explique a la clase que han estado viendo funciones lineales hasta este punto. Hoy empezarán a ver gráficas que no se grafican en una línea recta.
- Explore funciones lineales simples y exponenciales al participar con sus manos en experimentos. Por ejemplo, los estudiantes pueden medir los diámetros y circunferencias relacionadas de varios círculos y determine la función lineal que relaciona el diámetro a la circunferencia – una función lineal con una primer diferencia común. Ellos pueden explorar el valor de una inversión al saber que la cuenta se duplicará cada 12 años – una función exponencial con base 2
- Los estudiantes pueden investigar el modelar funciones y gráficas de distintas situaciones que involucren intereses compuestos y simples. Ellos pueden comparar las tasas de interés con distintos periodos de composición (mensual, diario) y compararlos con la tasa de porcentaje anual correspondiente. Se pueden usar hojas de cálculo y aplicaciones con el fin de explorar y modelar las distintas tasas de interés y los términos del préstamo, tales como:
  - Una pareja quiere comprar una casa en 5 años. Ellos deberán ahorrar un pago inicial de \$8,000. Ellos depositan \$1,000 en su cuenta bancaria de ingresos que tiene un 3.25% de interés, compuesto por cuatrimestre. ¿Cuánto deberían ahorrar por mes para llegar a su meta?



## Unidad AL II.5: Funciones exponenciales y logarítmicas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

## Ejemplos para planes de la lección

### Funciones Inversas

- Provea ejemplos de inversas que no sean matemática pura para introducir la idea. Por ejemplo, dada la función que nombra las capitales de un estado,  $f(\text{Ohio}) = \text{Columbus}$ . La inversa sería ingresar la ciudad capital y obtener el estado como salida, tal como  $f^{-1}(\text{Denver}) = \text{Colorado}$ .
- Resuelva una función para la variable dependiente y escriba la inversa de la función al intercambiar los valores de las variables dependientes e independientes. Los estudiantes podrían usar calculadoras gráficas o programas, hojas de cálculo o sistemas de cómputo de álgebra para modelar las funciones.
- Use el siguiente ejemplo:

- Dibuje una gráfica de la inversa de  $f(x) = -\frac{16}{9}x^2, x \leq 0$  en una cuadrícula de coordenadas.

- Encamine a los estudiantes a través del ejemplo.
- Continúe con: Para la función  $h(x) = (x - 2)^3$ , definida en el dominio de todos los números reales, encuentre la función inversa si es que existe o explique por qué existe o no.

### Logaritmos

- Diga a los estudiantes que “logaritmo” es una palabra inventada por el matemático Escocés John Napier (1550-1617), de la palabra Griega *logos* cuyo significado es ‘proporción, ratio, o palabra’ y *arithmos* que significa ‘número,’... y juntas hacen ‘ratio-número.’”
- En este momento, si los estudiantes no han sido introducidos a los logaritmos, enséñeles visitando: <http://www.algebra.com/algebra/homework/logarithm/Solving-Exponential-Equations-in-Living-Color.lesson>.
- Este sitio web les brinda una lección dividida en parte uno y parte dos. La parte uno muestra tres caminos para resolver las funciones exponenciales e incluye logaritmos. La parte dos le brinda más ejemplos: Algunos de los ejemplos le permitirán extender la lección para los estudiantes más avanzados.
- Encamine a los estudiantes a través de la parte uno como su lección principal.
- Use la parte dos para extender la lección y proveerles de ejemplos adicionales.

### Haciendo y deshaciendo

- En parejas, los estudiantes "aplicarán" lo que han aprendido en un contexto conceptual. Puesto que las funciones exponenciales y logarítmicas funcionan como inversas, se pueden usar las propiedades de una para "deshacer" o resolver la otra. Puede darse una buena discusión a la hora de decidir cuáles razones matemáticas utilizar. Anime a los estudiantes a que utilicen sus propias palabras, siempre manteniendo la integridad de los conceptos. (ver anejo: “AL.5 Ejemplo para plan de lección - Haciendo y deshaciendo”).

(Fuente: [www.curriculumframer.com](http://www.curriculumframer.com))